

# Esplorazioni degli alunni di una quinta primaria su operazioni

... e scoperta di una “nuova” proprietà

Elena Tavarado – IC S. Giovanni di Trieste

# LUNEDÌ: Sbagliando si scopre

## L'OCCASIONE

- ✦ Il ripasso della sottrazione e della sua proprietà invariantiva.

Alicya ha detto "Se tolgo 2 dal sottraendo, devo aggiungere 2 al minuendo per bilanciare le cose..."

- ✦ Viene corretta dai compagni; si dimostra che "la proprietà di Alicya" non funziona con la sottrazione.

RIPASSIAMO LA SOTTRAZIONE

A TERMINI

$$6 - 2 = 4 \longrightarrow \text{RESTO O DIFFERENZA}$$

MINUENDO

SOTTRAENDO

B ELEMENTO NEUTRO

$$10 - 0 = 10$$

L'elemento neutro della sottrazione è lo zero.

C LA PROPRIETÀ INVARIANTIVA

$$37 - 12$$

$$\begin{array}{r} -2 \quad \quad -2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 35 - \quad \downarrow \\ \quad \quad 10 \end{array}$$

$$96 - 19$$

$$\begin{array}{r} +1 \quad \quad +1 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 97 - 20 \end{array}$$

$$174 - 28$$

$$\begin{array}{r} +2 \quad \quad +2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 176 - 30 \end{array}$$

$$1520 - 497$$

$$\begin{array}{r} +3 \quad \quad +3 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1523 - 500 \end{array}$$

$$691 - 75$$

$$\begin{array}{r} -8 \quad \quad -5 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 686 - 70 \end{array}$$

$$940 - 189$$

$$\begin{array}{r} +11 \quad \quad +11 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 951 - 200 \end{array}$$

# MARTEDÌ: Proposta



- ✦ Esplorare la proprietà di Alicya con tutte e 5 le operazioni finora conosciute.
- ✦ **Concetto di verifica** nella ricerca degli scienziati:
  - molte verifiche per la validazione
  - un unico controesempio per invalidare



Martedì 25.10.2016

ESPLORIAMO LA PROPRIETÀ DI ALICIA

\* sperimentiamo sulle cinque operazioni

$$\begin{array}{r} 15 + 9 = 24 \\ \downarrow -1 \\ 14 + 9 = 23 \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 + 39 = 80 \\ \downarrow -1 \\ 40 + 39 = 79 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 = 80 \\ \downarrow +1 \\ 40 = 81 \end{array}$$

SI (+) NO (-) ✓

$$\begin{array}{r} 30 - 12 = 18 \\ \downarrow +2 \\ 32 - 12 = 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 - 5 = 3 \\ \downarrow \downarrow \\ 2 - 20 = -18 \end{array}$$

NO NO

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 8 = 96 \\ \downarrow -2 \\ 10 \cdot 8 = 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \cdot 4 = 36 \\ \downarrow +2 \\ 10 \cdot 4 = 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \cdot 4 = 36 \\ \downarrow \cdot 2 \\ 18 \cdot 2 = 36 \end{array}$$

SI (·) NO (÷) ✓

$$\begin{array}{r} 18 : 3 = 6 \\ \downarrow -1 \\ 17 : 3 = 5 \end{array}$$

NO

$$\begin{array}{r} 3^2 = 9 \\ \downarrow +1 \\ 3^3 = 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \cdot 2 = 32 \\ \downarrow \cdot 2 \\ 32 \cdot 2 = 64 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \cdot 2 = 32 \\ \downarrow \cdot 2 \\ 64 \cdot 2 = 128 \end{array}$$

NO

# Esplorazione

Ricerca con metodo

Trascrizione su quaderno

# Prime conclusioni

$$\begin{array}{l} 19 + 7 = 26 \\ \begin{array}{l} \text{+1} \curvearrowright \\ \text{-1} \curvearrowleft \end{array} \\ 20 + 6 = 26 \\ \text{Sì!} \end{array}$$

ADDIZIONE

MOLTIPLICAZIONE

$$\begin{array}{l} 5 \times 3 = 15 \\ | \times 3 \quad | : 3 \\ 15 \times 1 = 15 \end{array} \quad \text{Sì!}$$

# Prime conclusioni

$$\begin{array}{l} 32 - 18 = 14 \\ -2 \curvearrowright \\ 30 - 20 = 10 \end{array}$$

**NO**

**SOTTRAZIONE**

**DIVISIONE**

$$\begin{array}{l} 15 : 3 = 5 \\ | : 3 \\ 5 : 9 = 0,5 \end{array}$$

**NO**

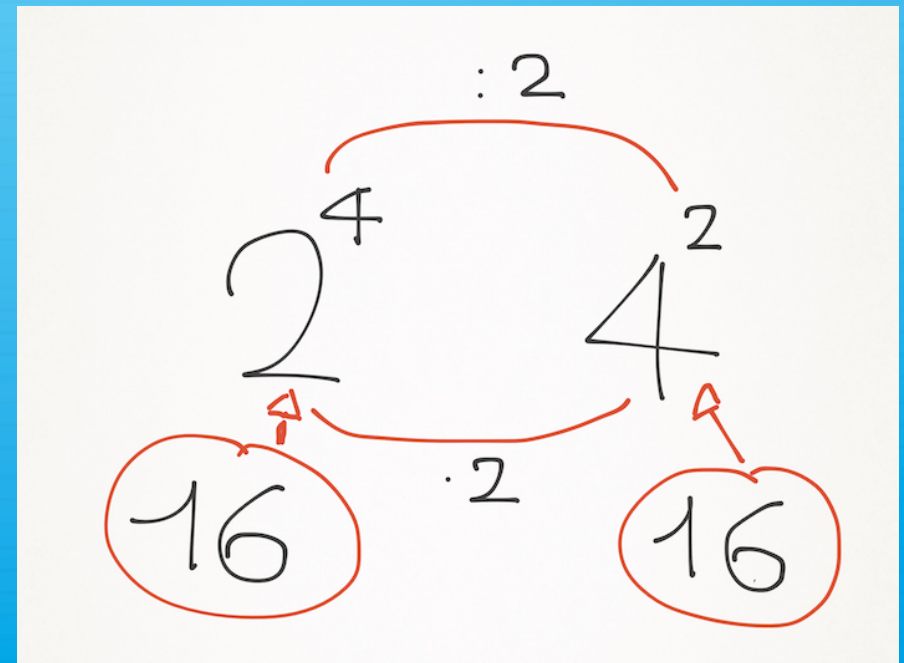
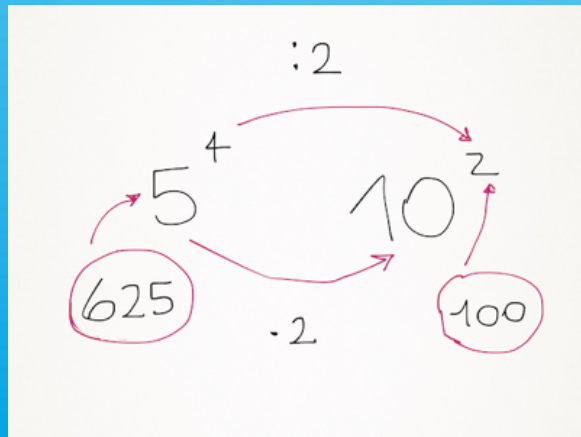
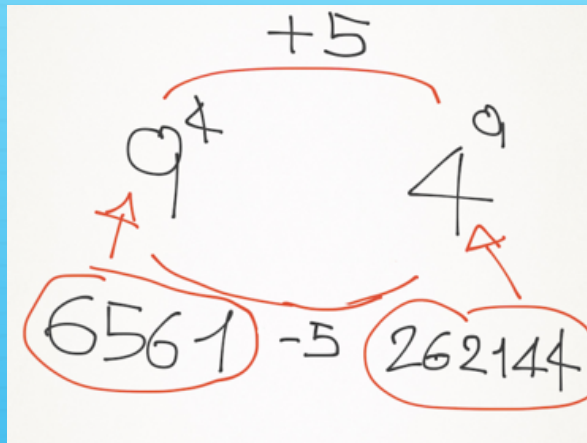


# Prime conclusioni

ELEVAMENTO A POTENZA

sì

no



# Competenze attivate

- ✧ Esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro.
- ✧ Usare termini specifici del linguaggio matematico
- ✧ Abilità metacognitive di riflessione sul proprio pensiero



# MERCOLEDÌ: Perché funziona?

- ✧ Combinazione di due proprietà: l'associativa, la commutativa e di nuovo l'associativa.
- ✧ Concetti: uguaglianza, sostituzione, forma canonica e non canonica, proprietà.
- ✧ Insistenza e senso pratico dei bambini
- ✧ Si procede!

## PROPRIETA' NUOVA?

In realtà la maestra Elena ci ha mostrato che la strategia funziona perché si combinano due proprietà: la associativa e la commutativa.

$$78 + 9 \quad \rightarrow \quad \text{p. associativa}$$

$$78 + 7 + 2 \quad \rightarrow \quad \text{p. commutativa}$$

$$78 + 2 + 7 \quad \rightarrow \quad \text{p. associativa}$$

$$80 + 7$$

A noi però sembra una cosa diversa...  
Perché non darle un nome tutto suo?

# Attribuzione del nome



- ✦ Dai nomi delle proprietà già studiate (commutativa, associativa, invariantiva...)
- ✦ Alle proposte per la nuova proprietà:

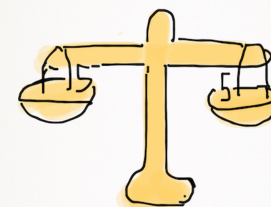
**inversiva** perché agli operatori si applicano operazioni inverse

**bilanciativa** perché i numeri dell'operazione vengono in un certo senso bilanciati

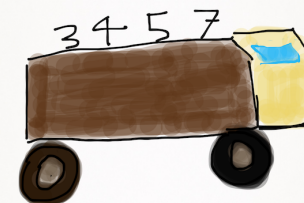
**trasportativa** perché si trasporta una parte di un numero sull'altro



INVERSIVA



BILANCIATIVA

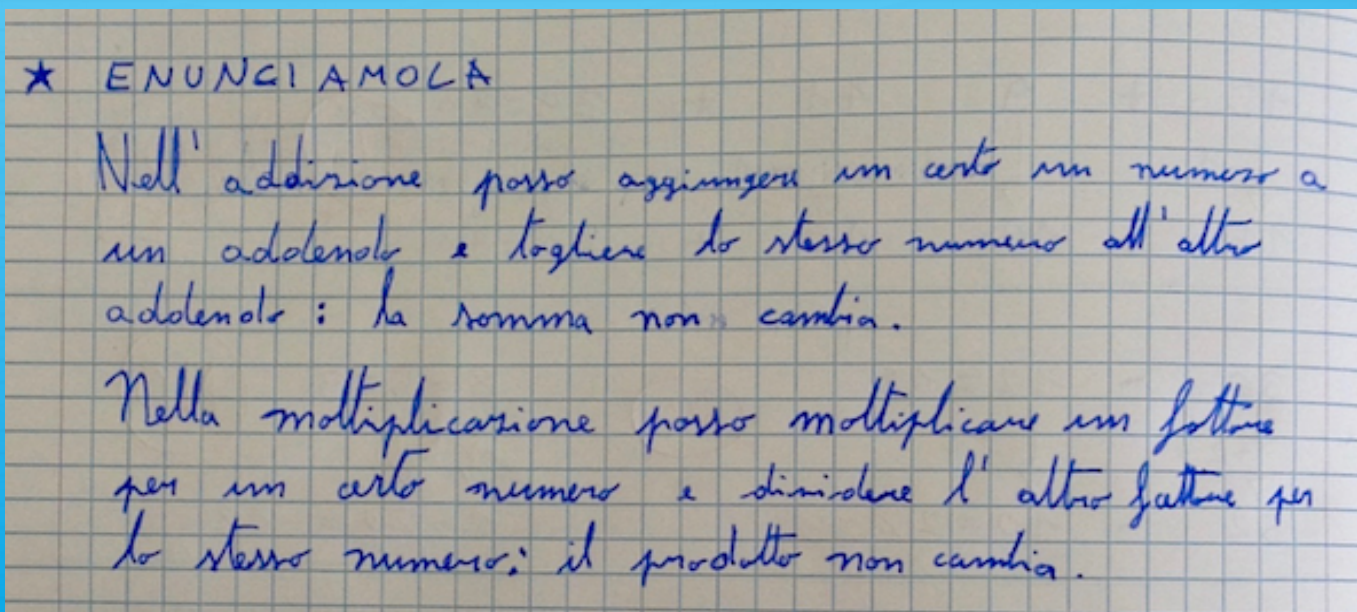


TRASPORTATIVA

# Enunciazione



- ✦ Richiamo dell'enunciazione di un'altra proprietà (la commutativa).
- ✦ Doppia definizione:



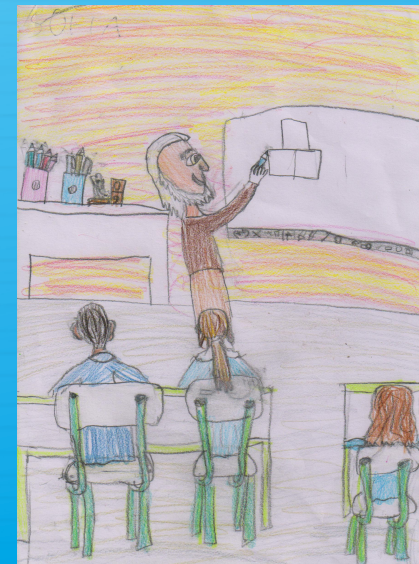


# GIOVEDÌ: Comunicazione



- ✦ Valore della comunicazione...
- ✦ ... della documentazione del lavoro

- ✦ Proposte dei bambini:
  - mail a un matematico (indovinate quale?)
  - presentazione del lavoro



# Documentazione



- ✦ Si individuano le fasi da raccontare
- ✦ I bambini lavorano a coppie sui tablet, per preparare le diapositive del PPT:
  - Testi in *Note*
  - Disegni in *Bamboo paper*

# VENERDÌ: Conclusione?



- ✦ Visione della bozza
- ✦ Dopo 4 giorni dall'inizio dell'attività, la presentazione è pronta e viene spedita al prof. Navarra, mostrata all'insegnante di sostegno, alla DS (che passava per tutt'altre faccende).

UNA NUOVA  
PROPRIETÀ  
SPERIMENTIAMO  
CON 5 OPERAZIONI

$a^b$   
:  
 $X - + a^b : X - +$

$+$   
 $-$   
 $\times$   
 $:$   
 $a^b$

$X - + a^b : X - +$

## La proprietà bilanciativa

Una proprietà scoperta da noi  
Ribaltavapori 2016

Ribaltavapori - ottobre 2016



# NOVEMBRE: Coda



- ✦ Il prof. Navarra approva, invitando insegnante e alunni a proseguire il percorso con una dimostrazione formale della validità della “proprietà”.
- ✦ L’insegnante di sostegno pone una domanda che di fatto spinge la classe verso ulteriori esplorazioni ed enunciazioni.
- ✦ La prof.ssa Nicolina Malara propone un approfondimento in direzione della moltiplicazione russa.

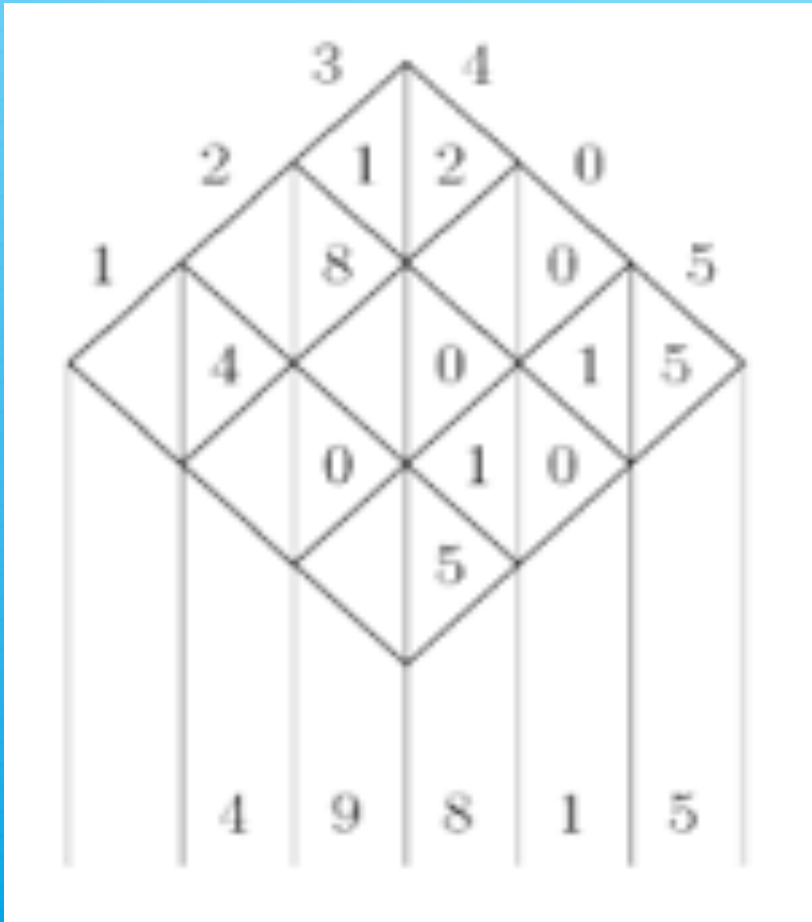
# Algoritmi a confronto

$$\begin{array}{r} \cancel{456} \times \cancel{34} \\ 912 \quad 17 \\ \cancel{1824} \quad 8 \\ \cancel{3648} \quad 4 \\ \cancel{7296} \quad 2 \\ 14592 \quad 1 \\ \hline 15504 \end{array}$$

La moltiplicazione russa

Dall'immagine alla  
scoperta dell'algoritmo

# Algoritmi a confronto



La moltiplicazione araba

Dall'immagine alla  
scoperta dell'algoritmo



# Spiegare l'algoritmo

Utilizzo del linguaggio naturale per comunicare una procedura appena appresa per imitazione

Nella moltiplicazione russa si deve dividere il moltiplicatore per 2 fino che si arriva al numero 1 però in alcuni casi arrivano numeri dispari prima. Mentre il moltiplicando fa l'opposto del moltiplicatore, cioè si moltiplica per 2.  
Si tagliano tutte le righe dove il moltiplicatore è pari, TOMMASO C.

Creo un quadrato con il numero di caselle che sia lo stesso del numero delle cifre dei fattori. Poi moltiplico ogni cifra di un fattore con ogni cifra dell'altro.  
E infine porto le somme di ogni colonna in basso e le cifre ottenute insieme creano il prodotto.

SOFIA/ALESSIA

# Aspetti interessanti

- domande sul perché delle “righe rimaste”
- conseguenti riflessioni sui “gruppi di resto”
- collegamento con la “proprietà bilanciativa”
- osservazioni sui punti comuni alle tre procedure
- considerazioni su vantaggi e svantaggi di ciascuna
- apertura ad altri modi di operare per raggiungere medesimi obiettivi, anche in chiave interculturale
- sforzo di scrivere in modo chiaro una procedura (neppure troppo assimilata)
- ... *(qualcosa mi è di sicuro sfuggito)*

# Prospettive



- ✦ Analisi delle ragioni del funzionamento
- ✦ Sviluppo degli aspetti interessanti in nuove esplorazioni
- ✦ Registrazione delle discussioni su tali aspetti

L'interesse viene esplorando